Exercice 18.3
Mouvement d'un aérostat

On étudie le mouvement vertical d'un aérostat de masse propre m'', rempli de dihydrogène de masse molaire M', en équilibre thermique avec une atmosphère isotherme : on suppose que la pression moyenne p* dans le ballon est donnée en fonction de l'altitude z de son centre par :

$p^* = p_0 \exp\left(-\dfrac{Mgz}{RT}\right)$ où M = 29 g. mol^{-1} est la masse molaire de l'air .

Déterminer le mouvement du ballon et l'évolution de son volume tant que l'élasticité du ballon peut jouer, ce qui permet d'assurer l'équilibre des pressions interne et externe. Que se passe –t - il qualitativement quand la limite d'élasticité est dépassée ?

Corrigé 18.3
Mouvement d'un aérostat

Le ballon est soumis à son poids, au poids du gaz, et à la poussée d'Archimède qui est égale au poids du fluide déplacé

Soit V le volume du ballon, la masse de dihydrogène embarqué est m' telle que $m' = \frac{M' P^* V}{RT}$
Soit m la masse d'air déplacé dans les mêmes conditions de température et de pression, cette masse est égale à : $m = \frac{MP^* V}{RT}$
La relation fondamentale de la dynamique projetée sur un axe vertical ascendant Oz donne :
$(m''+m')\ddot{z} = (m - m' - m'')g$, pourvu que m soit supérieur à m'+m'' le mouvement du ballon sera uniformément accéléré.

L'atmosphère étant supposée isotherme $P^* V^* = P_0 V_0$ et puisque $p^* = P_0 \exp\left(\frac{-Mgz}{kT}\right)$ alors $V^* = V_0 \exp\left(\frac{Mgz}{kT}\right)$. Le volume du ballon ne cesse de croître. Soit il explose, soit une soupape permet à un peu de gaz de s'é